טורי חזקות

# משפט

טורי חזקות הם טורי פונ' כאשר והם מהצורה:  
המספרים נקראים מקדמי הטור.  
נסמן: . הוא פולינום .  
טור החזקות מתכנס אם ורק אם סדרת הפולינומים מתכנסת.

## הערה

כל טור חזקות מתכנס בנק' וסכומו בנק' זו הוא

# משפט(אבל)

אם טור החזקות מתכנס בנק' אז הוא מתכנס בהחלט עבור כל

## דוגמה

נתבונן בטור . לכל x קיים n כך ש ⇦ .  
הטור מתכנס לכן לפי משפט אבל הטור שלנו מתכנס בהחלט עבור כל X.

# משפט

לכל טור חזקות קיים מספר R, , כך שהטור מתכנס בהחלט לכל x המקיים ומתבדר לכל .  
כאשר הטור מתכנס לכל x, וכאשר הטור מתכנס רק עבור .

# הגדרה

יהי טור חזקות. המספר R מהמשפט הקודם נקרא רדיוס ההתכנסות של הטור. הקטע נקרא קטע *ההתכנסות של הטור.*

# משפט(קושי אדמר)

יהי טור חזקות. נסמן . רדיוס ההתכנסות R ניתן ע"י (אם אז , ואם אז )

## דוגמה

*ולכן הטור מתכנס ב*

# תרגיל

מצאו את תחום ההתכנסות של הטור

## פתרון

המקדמים הם . צריך לחשב את הגבול העליון של   
הטור שלנו מתכנס לכל x, כלומר הוא מתכנס בקטע

# תרגיל 2

מצא את תחום ההתכנסות של הטור

## פתרון

נתבונן בסדרת המקדמים:  
*לפי משפט קושי אדמר נחשב את הגבול העליון ולכן נחשב את גבול הסדרה הבאה:  
לכן כלומר הטור מתכנס בקטע . נבדוק התכנסות בקצוות: נציב בטור ונקבל את הטור . נציב בטור ונקבל , ולכן הטור שלנו מתכנס בקטע הסגור*

# הערה

*ולכן הטור מתכנס בקטע*

# תרגיל 3

מצא תחום התכנסות של הטור

## פתרון

נציב   
שוב נתבונן בסדרת המקדמים  
אנחנו צריכים לחשב את הגבול העליון של הסדרה  
*כאשר : . כאשר : .  
ולכן הטור מתכנס כאשר ⇦ ⇦*

# משפט(דאלאמבר)

יהי טור חזקות. אם קיים הגבול אזי הוא שווה לR(רדיוס התכנסות הטור)

## הערה

משפט קושי חזק יותר ממשפט דאלאמבר, כי בעזרת משפט קושי אנו יכולים תמיד למצוא את רדיוס ההתכנסות R, ואילו משפט דאלאמבר נותן את רדיוס ההתכנסות רק אם הגבול קיים.  
יחד עם זאת, לפעמים נוח יותר להשתמש במשפט דאלאמבר.

## דוגמה

לכן , ולכן הטור מתכנס בנקודה בה

התכנסות במידה שווה של טור חזקות

# משפט

יהי רדיוס ההתכנסות של טור החזקות . לכל טור החזקות מתכנס במידה שווה בקטע

## דוגמה

הטור מתכנס *בקטע*

*לכל נקבל כי הטור מתכנס במ"ש ב, אבל הטור לא מתכנס במ"ש ב*

# משפט

אם טור החזקות בעל רדיוס התכנסות מתבדר בנק' אז ההתכנסות בקטע היא לא במידה שווה.  
אם הטור מתכנס בנק' אזי הטור מתכנס במידה שווה בקטע , ואם הוא מתכנס בנק' אזי הוא מתכנס במ"ש בקטע

הטור מתכנס במ"ש בכל קטע סגור השייך לתחום התכנסותו.